

## IDENTIFICACIÓN

<b>NOMBRE ESCUELA</b>	ESCUELA DE CIENCIAS
<b>NOMBRE DEPARTAMENTO</b>	Ciencias Matemáticas
<b>ÁREA DE CONOCIMIENTO</b>	MATEMATICAS, ESTADISTICA Y AFINES
<b>NOMBRE ASIGNATURA EN ESPAÑOL</b>	CÁLCULO AVANZADO
<b>NOMBRE ASIGNATURA EN INGLÉS</b>	ADVANCED CALCULUS®
<b>CÓDIGO</b>	CM0875
<b>SEMESTRE DE UBICACIÓN</b>	20212
<b>INTENSIDAD HORARIA SEMANAL</b>	2 horas semanales
<b>INTENSIDAD HORARIA SEMESTRAL</b>	36 horas semestral
<b>CRÉDITOS</b>	
<b>CARACTERÍSTICAS</b>	Suficientable

---

## 2. JUSTIFICACIÓN DEL CURSO

El cálculo ha sido muy importante en el desarrollo científico y tecnológico a través de los años, los adelantos tecnológicos que se presentan en las ciencias de la computación, teoría de la información, ingeniería biomédica, las ciencias de la tierra, la geofísica, la física, la teoría de probabilidad, la mecánica clásica, sólo por mencionar unos campos de aplicación que se han beneficiado considerablemente de esta área de la matemática.

Este curso se enfocará al desarrollo del cálculo multivariable, enfatizando la interrelación entre la geometría y el análisis a través del álgebra lineal. Se presenta el cálculo vectorial en función de la teoría de las formas diferenciales y del teorema de Stokes generalizado que permite la unificación de los teoremas de Gauss, Green y Stokes para integrales de líneas y de superficie en un solo enunciado, presentando una poderosa herramienta de cálculo en áreas como la mecánica de fluidos, electromagnetismo y campos gravitacionales, entre otras.

El curso hará uso de elementos de la topología de  $R^n$ , del álgebra lineal, temas de optimización no lineal, como son los multiplicadores de Lagrange, integrales múltiples, temas que allanan una formación sólida y estructurada del cálculo multivariable. Este curso es formativo y será útil en cursos posteriores como la teoría de probabilidad, optimización, ecuaciones en derivadas parciales, estadística matemática, por mencionar algunos cursos.

## 3. PROPÓSITO U OBJETIVO GENERAL DEL CURSO

3.1. Presentar los fundamentos del cálculo multivariable de una manera sólida que destaque tanto su estructura como su técnica.

### 3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

3.2.1. Repasar con rigor algunas partes del cálculo elemental.

3.2.2. Presentar el cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables de forma sistemática y coherente con la formación de los estudiantes de la maestría en Matemáticas Aplicadas.

3.2.3. Desarrollar técnicas numéricas y analíticas para abordar algunos problemas que surgen en aplicaciones de la matemática.

3.2.4. Introducir lenguaje técnico y conceptos fundamentales para que el estudiante esté capacitado en plantear y resolver problemas asociados con el cálculo multivariable.

## 4. COMPETENCIAS BÁSICAS QUE EL ALUMNO ESTARÁ EN CONDICIONES DE LOGRAR:

Al finalizar el curso el estudiante estará en capacidad de reconocer las formas diferenciales y aplicarlas en la formulación general del teorema fundamental de cálculo que es el teorema de Stokes. Además, comprender la estructura del cálculo multivariable no solo como una herramienta de cálculo, sino como una estructura analítica que fundamenta sólidamente el cálculo vectorial.

## 5. DESCRIPCION ANALITICA DE CONTENIDOS: TEMAS Y SUBTEMAS

### 5.1. FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLÍDEO

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

5.1.1. Estudiar el espacio euclídeo  $R^n$  y sus principales propiedades.

5.1.2. Normas en el espacio euclídeo  $R^n$ . Ejemplos. Producto interno. Ejemplos. Ortogonalidad. Desigualdad de Cauchy Schwartz.

5.1.3. Subconjuntos del espacio euclídeo. Aplicaciones lineales en espacios euclídeos.

5.1.4. Funciones en espacios euclídeos. Ejemplos.

5.1.5. Límites y continuidad.

### 5.2. CÁLCULO DIFERENCIAL MULTIVARIABLE

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 5.2.1. Establecer la derivada y determinar la diferenciabilidad para funciones de varias variables.
- 5.2.2. Curvas en  $\mathbb{R}^n$ . Ejemplos.
- 5.2.3. Definición de derivada direccional y propiedades. Ejemplos.
- 5.2.4. Regla de la cadena.
- 5.2.5. Máximos y mínimos. Conjuntos convexos. Multiplicadores de Lagrange. Ejemplos.
- 5.2.6. Fórmula de Taylor para funciones de varias variables.
- 5.2.7. Teorema del valor medio.
- 5.2.8. Funciones inversas e implícitas.
- 5.2.9. Variedades en  $\mathbb{R}^n$ .

### 5.3. INTEGRALES MÚLTIPLES

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 5.3.1. Establecer la integración para funciones tanto escalares como vectoriales e Identificar cuándo una función es integrable.
- 5.3.2. Definiciones básicas. Medida cero y contenido cero.
- 5.3.3. Funciones integrables. Ejemplos. Volumen en  $\mathbb{R}^n$ .
- 5.3.4. Teorema de Fubini. Teorema del cambio de variable.
- 5.3.5. Integrales impropias y funciones integrables absolutamente.

### 5.4. INTEGRACIÓN EN VARIEDADES

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 5.4.1. Estudiar los teoremas clásicos del cálculo vectorial desde el punto de vista de las formas diferenciales y generalizar el teorema fundamental del cálculo (teorema de Stokes).
- 5.4.2. Trayectorias e integrales de línea.
- 5.4.3. Teorema de Green.
- 5.4.4. Formas diferenciales.
- 5.4.5. Campos y formas en variedades.

5.4.6. Teorema de Stokes.

5.4.7. Los teoremas clásicos del cálculo vectorial (vistos desde el punto de vista de las formas diferenciales).

## 6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y DIDÁCTICAS:

Presentación magistral por parte del profesor de los temas de cada unidad o capítulo.

Revisión de los ejercicios resueltos en el texto por parte de los alumnos.

Estudio y análisis de ejercicios de aplicación propuestos por el profesor.

## 7. RECURSOS

### 7.1. Locativos

Aulas de Clase

Sala de Modelado Matemático

### 7.2. Tecnológicos

MATLAB

### 7.3. Tecnológicos

MATHEMATICA

### 7.4. Tecnológicos

MAPLE

### 7.5. Didácticos

Ninguno en especial.

## 8. CRITERIOS Y POLÍTICAS DE SEGUIMIENTO Y EVALUACIÓN ACADÉMICA

Tres exámenes parciales 70%.

Seguimiento con tareas y cortas exposiciones en la clase 30%.

## 9. BIBLIOGRAFIA GENERAL

9.1. Edwards, C. H. Jr. Advanced Calculus of Several Variables. Dover Publications, New York. Edición revisada, 1995

9.2. Spivak, M. Calculus on Manifolds. Benjamin, New York, 1965.

- 9.3. Callahan, J. Advanced Calculus: A Geometric View. Springer, New York, 2010.
- 9.4. Kaplan, W. Advanced Calculus, 5th Edition. Addison-Wesley Reading, Massachusetts, 2002.
- 9.5. Buck, R. C. Advanced Calculus. Third Edition. McGraw-Hill, Inc. New York, 1978.
- 9.6. Apostol, T. Calculus. Vol. 2. Segunda edición. Editorial Reverté S.A. Barcelona, 1985.
- 9.7. Rosenlicht, M. Introduction to Analysis. Dover Publications, New York, 1986.
- 9.8. Rudin, W. Principios de Análisis Matemático. Tercera Edición, McGraw-Hill. México, 1980.
- 9.9. Spivak, M. Cálculo en Variedades. Editorial Reverté S.A. Barcelona, 1988
- 9.10. Do Carmo, M. P. Differential Forms and Applications. Springer-Verlag, Berlin, 1994.

**10. NOMBRE DEL PROFESOR COORDINADOR DE MATERIA Y NOMBRE DE PROFESORES DE LA MATERIA QUE PARTICIPARON EN LA ELABORACIÓN.**

**Coordinador**

Gabriel Loaiza O.

**Participante(s)**

Jairo Villegas G.

**11. REQUISITOS DEL PROCESOS DE ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD**

**Versión número:**

1,0

**Fecha elaboración:**

2019/10/18

**Fecha actualización:**

2019/10/18

**Aprobación:**

CARLOS MARIO DE JESUS VELEZ SANCHEZ